

# 算数科における関数教育についての基礎研究

二澤 善紀

口分田政史

渡邊 伸樹

## 〔抄 録〕

現在、小学校における関数教育に関して、様々な問題点が指摘されている。たとえば、事象から変量を抽出する力、抽出した2つの変量を対応させる力など、その基礎となる力が身についていないのではないかという指摘がある。そこで、本研究ではこうした問題点を打開することを目的とし、本稿では前述の2つの基礎力に関して、認識調査を通して児童の実態を明らかにし、指導の課題を見出すこととした。その結果、次のことが明らかとなった。児童は、事象から変化しない量を抽出すること、静的な状態にある事象において変量を抽出し、関数関係にある2変量の対応を見いだすこと、時間を主変量として捉える事に関しては課題がある。ただし、小学校教員が児童に「量・変量・変量の対応」に関して「比例と反比例」の学習前に指導することにより、一定部分ではあるが、高い能力が身につくこと、したがって計画的な指導が必要なことがわかる。また、動的な事象を対象に「量・変量・変量の対応」について指導しても、静的な事象からの変量の抽出やそれを対応させる力には結びつきにくく、したがって意図的に指導する必要がある。

キーワード：関数、量、変量の抽出、変量の対応

## 1 はじめに

関数教育に関する課題の指摘は以前より多くなされており、教育実践の報告や研究論文は多くある(日本数学教育学会, 2010)。最近では、関数教育を長年研究している菊池(2015)が、時間を独立変数として捉える事の困難さ、関数のグラフに関して解析幾何学との混同等、これまでの問題点をまとめている。関数教育に関する課題は、先行研究や各種調査結果をみても抜本的な解決に至っていない現状があると考えられる。したがって、現在の関数教育は、技術的な側面を理解はしているものの、概念的理解には至っていないといえる。

## 2 関数教育における指導について

児童が関数を理解する上で重要なことは、事象を質的な見方から量的な見方に転換し、事象の変化に着目し量化して捉え、事象から2つの変量を抽出してその変量を集合とみなし、さらにそれを変数として捉え対応関係を考察できることである。

関数教育のあり方として、鈴木（1998）はそれまでに得られた知見として9つを提示しており、その中でも指導の基本として示した内容は「①実験や実測，観察を重視する。②実在の諸現象の中から変量の抽出を行う。それも、いきなり、伴って変わる2変量を同時に抽出するのではなく、まず、1変量を抽出する。これを梔子に2変量の抽出を行う。」である。また、柳本（2014）は「実際に事象からともなう変わる2つの数量を取り出すという活動を、積極的に豊かに体験していることが重要となる」と事象から変量を抽出する能力の重要性を示している。

こうしたことを考慮すると、関数の概念やその基礎となる関数の考え方を理解するためには、次の2つの力が基礎になると考えられる。

（i）事象から変量を抽出する。

（ii）抽出した2つの変量を対応させる。

なお（i）（ii）の力は、児童生徒の数学の学習内容への理解を深め、学習した内容を発展的に使おうとする姿勢や、数学のよさや有用性の理解、さらに数学を学ぶ意義の感得等に効果があるとされている数学的モデリングにおいても、重要な数学的モデリングの遂行能力として規定されている（西村，2012）。

関数は中学校から本格的に指導を始めるが、その素地は小学校で培われる。小学校における算数科では、『小学校学習指導要領解説 算数編 平成20年8月』（文科省）において「関数の考えとは、数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考えである」と示されている。また関数の考えを生かしていくために配慮することとして、次の3つが示されている。

（1）ある場面での数量や図形についての事柄が、ほかのどんな事柄と関係するかに着目することである。

（2）二つの事柄の変化や対応の特徴を調べていくことである。

（3）上のようにして見いだした変化や対応の規則性を、様々な問題の解決に活用し、その思考過程や結果を表現したり、説明したりすることである。

前述の（i）（ii）の力は、これらの基礎となるものであり、重要な力であることがわかる。しかしながら、小学校における児童の実態はあまり明らかにされていないのが実情である。

そこで本研究では、関数教育の改善を目的とし、本稿では、まずその基礎と力の児童の実態を明らかにし、指導の課題を見出すことを目的とする。

### 3 実態調査について

調査問題の概要について示す。

#### 3-1 調査問題作成の方針


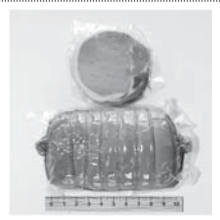
関数の考え方を理解するための基礎である (i) (ii) の力について、児童の実態を把握することを目的として調査問題を作成・実施する。児童の実態を把握するためには、3つのタイプに整理した(河合・二澤,2016)。

- (A) 現実場面を提示し、それから変量を抽出する。抽出した変量の中から2つを選び対応関係を示す。
- (B) 現実場面と変量を1つ提示し、提示した変量と対応関係にある変量を抽出する。
- (C) 現実場面において問題を提示し、問題を解決するために必要と考えられる変量を抽出する。抽出した変量の対応関係を示す。

本調査は、児童の能力の素朴な状態を把握したいと考え、(A)を採用する。

#### 3-2 調査問題

作成した調査問題は、次の通りである。

<p>① (1) 私たちが知っている「量」をたくさんあげましょう。</p> <p>(2) 私たちが知っている「単位」をたくさんあげましょう。ことばや記号で答えてください。</p>	
<p>② Aさんは、図のようにコップに水を入れていきます。</p> <p>(1) 「変化する量」をたくさんあげましょう。</p> <p>(2) 「変化しない量」をたくさんあげましょう。</p> <p>(3) 次の文の [ ] にあてはまる適切な量を表すことばの組み合わせをたくさんいれましょう。</p> <p>[ ① ] が変化する と [ ② ] が変化する。</p> <p>[ ③ ] が変化しても [ ④ ] は変化しない。</p>	
<p>③ (1) 写真のボンレスハムをみて、「量」をたくさんあげましょう。</p> <p>(2) 写真のボンレスハムから、次の文の [ ] にあてはまる適切な量を表すことばの組み合わせをたくさんいれましょう。</p> <p>[ ① ] が変化する と [ ② ] が変化する。</p> <p>[ ③ ] が変化しても [ ④ ] は変化しない。</p>	

設問①は、「量とは何か」ということを振り返る目的で設定している。従って、設問①の解答後に担当教諭から「量とは何か」ということを児童に確認・指導し、設問②を解答させる。

(1) は、具体的な量の例を解答する設問である。児童の量に対する認識状態を把握するために設定した設問である。(2) は知っている単位を解答する設問である。(1) の解答が多くないことが予想されるため、量とは何か、ということを理解する素地ができているかどうかをみるための設問である。

設問②は、教科書などでもよく扱われている動的な事象を対象としている。(1) は、変化する量を抽出する力を問う設問である。(2) は、変化しない量を抽出する力を問う設問である。(3) は、関数関係にある2つの変量を抽出する、または(1) で抽出した量の中から、2つの変量の対応関係を見いだす力を問う設問である。(3) 「①, ②」は変化する2つの量を対応させる、「③, ④」は変化する量と変化しない量を対応させる力を問う設問である。

設問③は、静的な事象を対象としている。児童に提示したボンレスハムの写真は、ボンレスハムを切断した断面が見えるようにし、定規をボンレスハムに平行においている。その理由は、調査問題作成の際に小学校、中学校の教員からボンレスハムだけでは無解答が大半となり、児童の実態が得られる可能性が低いと、変化する量や変化しない量の抽出のきっかけになるものを示すべきであるという意見を取り入れたためである。実際、大学生を対象に予備調査を実施した際に、ボンレスハムだけでは何を答えていいのかかわからないという意見が多かった。(1) は、変化する量と変化しない量を抽出する力を問う設問である。児童ができる限り多くの例を挙げる事ができるように、変化する量としない量を区別せずに解答させている。(2) は、静的な状態で対応関係にある2つの変量を抽出する力を問う設問である。(3) 「①, ②」は変化する2つの量を対応させる、「③, ④」は変化する量と変化しない量を対応させる力を問う設問である。

### 3-3 調査の実際

調査対象は、小学校における算数の学習をすべて終了する段階の小学校6年生である。担当教諭の情報から、調査を実施するクラスは基礎学力の定着に課題がある児童が多いことがわかっている。また担当教諭は児童の事象から1変量を抽出する、伴う2変量を抽出する力が重要であると考え、比例の学習の導入時にこれについて指導している（この点に関して、中学校1年から3年生の横断的なデータから、基礎学力の定着が十分でない生徒はこのような指導を行わないと、(i) (ii) の力が定着しにくいことが明らかになっている（河合・二澤, 2016)）。

なお、比較対象として、中学校1年生（単元「比例、反比例」を学習前）の生徒にも同じ方法、内容で実施している。関数についての指導状況は、児童とはほぼ同一と考えられる。

対象, 日時, 方法は, 次の通りである。

・対象：滋賀県公立 A 小学校 6 年生

(設問①は 24 名, 設問②, ③は 21 名の児童が解答している)

・日時：2016 年 2 月 12 日 (金)

・実施方法：質問紙 (30 分程度)

※変量と伴う 2 変量について, 単元「比例」にて量の抽出, 1 変量抽出, 2 変量抽出は学習済である。

※調査を実施した時期は, インフルエンザ流行のため欠席や体調不良の児童が多く, 設問①と設問②, ③で解答した児童数が一致しない。

・対象：神戸市立 B 中学校 1 年生 (39 名)

・日時：2015 年 10 月 16 日 (金)

・実施方法：質問紙法 (30 分程度)

※単元「比例, 反比例」で関数の考えの指導前である。

※担当教諭の情報から, 基礎学力の定着が十分である生徒が大半であるクラスと判断できる。

## 4 児童生徒の解答状況と分析

児童生徒の解答状況等について示す。

### 4-1 調査時の児童生徒の様子

A 小学校の場合, 設問①は児童の質問には答えず, また児童がお互いに相談することもない状況で解答させている。その際, 「量って何なん?」という質問は多く出ている。設問①を解答後, 量とは何かについて確認させ, 設問②, ③を解答させている。

B 中学校の場合も, 実施方法は A 小学校と同様である。A 小学校の児童と同様, 設問 1 の解答の際, 「この問題難しい」や「量ってなに?」などの質問が多く出ている。数分経つと, ほとんどの生徒が集中して設問に取り組むことができている。

### 4-2 各設問の結果

設問①の児童の解答個数とその割合は Table1, 生徒の解答状況は Table2 の通りである。この設問は, 「量とは何か」ということを振り返る目的で設定している。従って, 設問①の解答後に担当教諭から「量とは何か」ということを児童生徒に確認・指導し, 設問②を解答させている。

Table1 A 小学校児童の設問①の解答個数  
ごとの児童の人数と割合

解答個 数(個)	①(1)		①(2)	
	人数 (人)	割合 (%)	人数 (人)	割合 (%)
10 以上	1	4.2	23	95.8
9	0	0.0	0	0.0
8	0	0.0	0	0.0
7	0	0.0	1	4.2
6	0	0.0	0	0.0
5	0	0.0	0	0.0
4	0	0.0	0	0.0
3	0	0.0	0	0.0
2	0	0.0	0	0.0
1	2	8.3	0	0.0
0	21	87.5	0	0.0
計	24	100.0	24	100.0

Table2 B 中学校生徒の設問①の解答個数  
ごとの児童の人数と割合

解答個 数(個)	①(1)		①(2)	
	人数 (人)	割合 (%)	人数 (人)	割合 (%)
10 以上	0	0.0	29	74.4
9	0	0.0	1	2.6
8	1	2.6	2	5.1
7	0	0.0	2	5.1
6	1	2.6	2	5.1
5	2	5.1	1	2.6
4	1	2.6	0	0.0
3	1	2.6	0	0.0
2	5	12.8	0	0.0
1	6	15.4	0	0.0
0	22	56.4	2	5.1
計	39	100.1	39	100.0

設問①(1) は、解答個数が0個の児童は24名中20名(83.3%)と多く、1個解答した児童は24名中3名(8.3%)、10個以上解答した児童は24名中1名(4.2%)である。10個以上解答した1名の解答はFig.1の通りである。1個の解答した児童は、「音量(2名)」、「水の量(1名)」をあげている。

B中学校の生徒は、解答個数0個の割合は児童より少なく、また解答個数が1個以上の生徒の割合も児童より多い(Fig2)。

設問①(2)、24名中23名(95.8%)の児童が10個以上の単位を、1名(4.2%)が7個の単位を解答することができている。また、解答用紙にかかれた単位は「mm, cm, m, km, mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>, mm<sup>3</sup>,…」のように整理された記述が多い。

B中学校の生徒は、解答個数が10個以上の割合は74.4%と多い。児童と生徒の解答状況を比べると、10個以上解答している児童の割合の方が多い(Fig.3)。

設問①について、調査時の児童の様子や解答にみられるように、「量とは何か」ということ

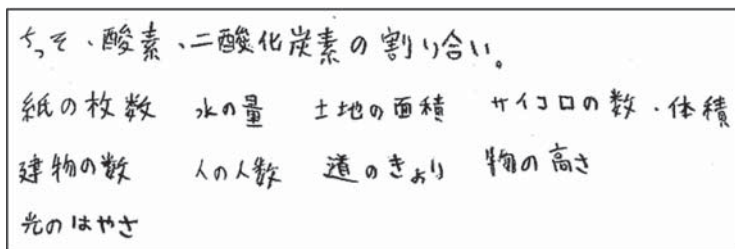


Fig.1 設問①(1) で解答個数が10個以上の児童の解答



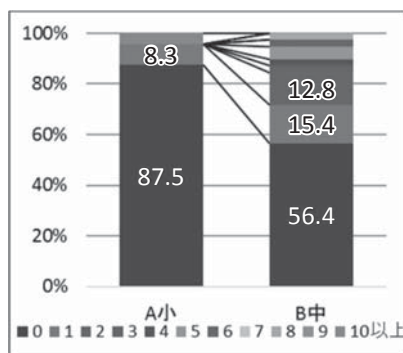


Fig.2 ①(1)の解答個数別の割合

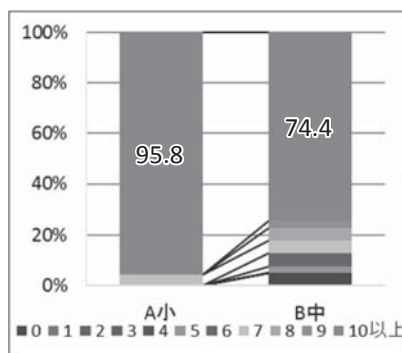


Fig.3 ①(2)の解答個数別の割合

についての認識が十分ではない児童が多いことが示唆されるが、(2)の解答状況から(1)で十分に解答できていない児童でも、量や変数の概念の素地はできていると考えられる。

設問②の児童の解答個数とその割合はTable3、生徒の解答状況はTable4の通りである。

設問②(1)は、0個の児童は21名中4名(19.0%)と少ない。1～3個解答した児童が最も多く、21名中13名(61.8%)である。児童が解答した主なものはTable5の通りである。特に「時間」に着目できた児童は5名いる。その中で4名は単に「時間」と解答しているが、1名は「水を出している時間」と解答しており、時間を変数として抽出しその変数を集合とみなす素地ができていると考えられる。全体的にみると、時間を抽出できている児童は少ない。その他、「水が入っていない場所のコップの体積」「水の深さ(高さ)」「じゃぐちから出た水の量」などの解答がある。特に「コップに入る残りの水の量」などと解答している児童3名は、「コップの中の水の量」などとも解答しており、コップに入る水の量が一定であるという見方ができている。正答でないものとして、「水の多さ」「水が増える」「水」などある。これらの

Table3 設問②の解答個数ごとの児童の人数と割合

解答個数(個)	②(1)		②(2)		②(3)①②		②(3)③④	
	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)
10以上	0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0.0
9	0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0.0
8	0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0.0
7	1	4.8	0	0.0	0	0.0	0	0.0
6	0	0.0	1	4.8	0	0.0	0	0.0
5	1	4.8	0	0.0	0	0.0	0	0.0
4	2	9.5	0	0.0	1	4.8	0	0.0
3	5	23.8	1	4.8	3	14.3	1	4.8
2	4	19.0	5	23.8	2	9.5	3	14.3
1	4	19.0	8	38.1	11	52.4	10	47.6
0	4	19.0	6	28.6	4	19.0	7	33.3
計	21	99.9	21	100.1	21	100.0	21	100.0

Table4 B 中学校生徒の設問②の解答個数ごとの児童の人数と割合

解答個数（個）	②(1)		②(2)		②(3)①②		②(3)③④	
	人数（人）	割合（％）	人数（人）	割合（％）	人数（人）	割合（％）	人数（人）	割合（％）
10 以上	0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0.0
9	0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0.0
8	0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0.0
7	0	0.0	0	0.0	0	0.0	0	0.0
6	0	2.6	0	0.0	0	0.0	0	0.0
5	1	2.6	0	0.0	0	0.0	0	0.0
4	3	7.7	1	2.6	3	7.7	0	0.0
3	10	25.6	1	2.6	4	10.3	1	2.6
2	12	30.8	4	10.3	3	7.7	2	5.1
1	9	23.1	12	30.8	15	38.5	8	20.5
0	4	10.3	21	53.8	14	35.9	28	71.8
計	39	100.1	39	100.1	39	100.1	39	100.0

Table5 設問②(1) の主な解答例

解答例	解答個数（個）
水の量	9
水のかさ	8
コップ全体の重さ	6
時間、水を出している時間	5
水道代	4

Table6 設問②(2) の主な解答例

解答例	解答個数（個）
コップの数	8
じゃぐちの数	3
コップの体積	3
じゃぐちの重さ	2
コップの重さ	2

解答をした4名の児童は、変化する量について十分な理解ができていないと考えられ、以降の設問でも適切な解答ができていない。なお、「水の量」という表現は、調査を実施した小学校で使用している検定済教科書で用いられている表現で、単位として「L, mL」等が用いられているため正答にしている。誤答例として、「のむ量」「水の多さ」「水が増える」など曖昧なものがある。

B 中学校の生徒は、解答個数が0個の生徒の割合は児童より少ない。解答状況を全体的にみると、児童と生徒の状況はほぼ類似している（Fig.4）。

設問②(2) は、解答個数が0個の児童は21名中6名（28.6%）いるが、30%弱と少ない。1, 2個解答した児童が最も多く、21名中13名（61.9%）である。児童が解答した主なものは、Table6の通りである。変化する量は授業で扱うことが多いが、変化しない量は授業で扱うことは少ない現状があり、要因の1つと考えられる。その他、「コップの高さ」「コップの底の面積」「水の出るスピード」などの解答がある。正答でないものとして、「コップの形」「コップ」「じゃぐち」など質的なものを含む。また、1名の児童が「ない」と解答しており今後指導が必要である。

B 中学校の生徒は、解答個数が0個の割合が児童より高く、1個、2個解答した割合は低い



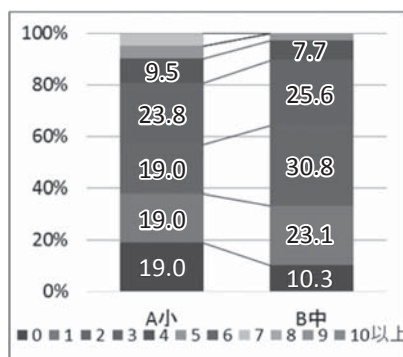


Fig.4 ②(1) の解答個数別の割合

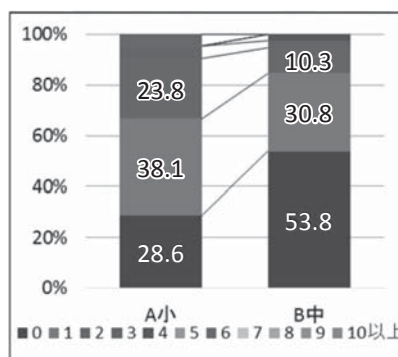


Fig.5 ②(2) の解答個数別の割合

(Fig.5)。解答状況を全体的にみると、児童の方がやや良好である。

設問②(1) (2) に関して、児童の担当教諭は比例と反比例の学習前に次の3つの活動を取り入れて指導している。

- (a) 児童の身の回りから「変わるもの」を探す活動。
- (b) 児童が探した「変わるもの」を、質的な変化と量的な変化に分類する活動。
- (c) 身のまわりの事象から量的な変化（1変数）を抽出する活動。

設問②(3)「①, ②」は、解答個数が0個の児童は21名中4名(19.0%)で、解答個数が1個の児童が最も多く、21名中11名(52.4%)である。

児童が解答した主なものは、Table7の通りである。特に、時間を主変数として解答した児童は3名(14.3%)おり、1名が「①水を出した合計時間、②水のかさ」、1名が「①時間、②水のかさ」、1名が「①時間、②コップにたまる水のかさ」と「①時間、②水道代」である。これらの児童は、設問2(1)でも変わる量として「時間」を解答しており、時間を変数として捉える力がついていると考えられる。全体的にみると、時間を抽出できている児童は少ない。

B中学校の生徒は、解答個数が0個の生徒の割合は児童より高く、1個解答した生徒の割合は児童より低い。解答状況を全体的にみると、児童の方が良好であると考えられる(Fig.6)。

「③, ④」について、解答個数が0個の児童は21名中7名(33.3%)いる。1個解答した児童が最も多く、21名中10名(47.6%)である。児童が解答した主なものは、Table8の通りである。それ以外は、解答個数は1個である。「時間」を抽出している児童は1名で、「③時間、④コップの数」と解答している。その他、「コップの高さ」「コップの底の面積」「水の出るスピード」などの解答がある。正答でないものとして、「コップの形」という質的なものや「コップ」「じゃぐち」などがある。2つの変化する量は、教科書で「伴って変わる二つの量」として授業で学習するが、変化する量と変化しない量の対応は扱っていない。このため、解答個数が0個の児童が「①, ②」より多くなったと考えられる。

B中学校の生徒は、解答個数が0個の割合が71.8%と高く、1個以上解答した生徒の割合

Table7 設問2「①, ②」の主な解答例

②(3)①	②(3)②	解答個数(個)
水の量(かさ)	コップ全体の重さ	6
水のかさ	水が入っていない部分の体積	3
水のかさ	コップ全体の重さ	2
水の量	水の深さ(高さ)	2
水の量	水道代	2
時間	水のかさ	2

Table8 設問2「③, ④」の主な解答例

②(3)③	②(3)④	解答個数(個)
水の量(かさ)	コップの数	7
水のかさ	コップの重さ	2
コップの重さ	じゃぐちの数	2
じゃぐちから出る水の量	コップの体積	2
水の深さ	コップの高さ	1
時間	コップの数	1
コップ全体の重さ	コップに入る水の量	1
水道代	コップの数	1

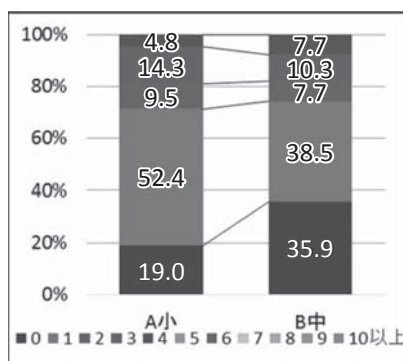


Fig.6 ②(3)①②の解答個数別の割合

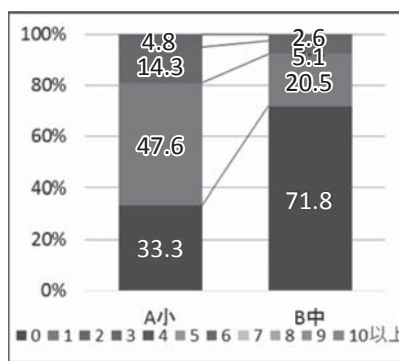


Fig.7 ②(3)③④の解答個数別の割合

も児童より低い。解答状況を全体的にみると児童の方が良好であると考えられる (Fig.7)。これについて、児童は比例と反比例の学習前に先述の (a) (b) (c) の指導に加え、

- (d) 主変数が変わると従変数が変わるもの（関数関係にある2変量）があることに気づき、それを抽出する活動、

を取り入れていることが要因の1つと考えられる。

設問3の解答個数とその割合は Table9, 生徒の解答状況は Table10 の通りである。

設問3(1) は、解答個数が0個の児童は14.3% (21名中3名) と少ない。1個または2個解答した児童が最も多く、併せて52.4% (21名中11名) である。6個解答した児童や10個以上

Table9 A 小学校児童の設問③の解答個数ごとの人数と割合

解答個数 (個)	③(1)		③(2)①②		③(2)③④	
	人数 (人)	割合 (%)	人数 (人)	割合 (%)	人数 (人)	割合 (%)
10 以上	1	4.8	0	0.0	0	0.0
9	0	0.0	0	0.0	0	0.0
8	0	0.0	0	0.0	0	0.0
7	0	0.0	0	0.0	0	0.0
6	1	4.8	0	0.0	0	0.0
5	0	0.0	0	0.0	0	0.0
4	3	14.3	1	4.8	1	4.8
3	2	9.5	2	9.5	0	0.0
2	6	28.6	1	4.8	0	0.0
1	5	23.8	6	28.6	2	9.5
0	3	14.3	11	52.4	18	85.7
計	21	100.1	21	100.1	21	100.0

Table10 B 中学校生徒の設問③の解答個数ごとの人数と割合

解答個数 (個)	③(1)		③(2)①②		③(2)③④	
	人数 (人)	割合 (%)	人数 (人)	割合 (%)	人数 (人)	割合 (%)
10 以上	0	0.0	0	0.0	0	0.0
9	0	0.0	0	0.0	0	0.0
8	1	2.6	0	0.0	0	0.0
7	1	2.6	0	0.0	0	0.0
6	3	7.7	1	2.6	0	0.0
5	1	2.6	1	2.6	0	0.0
4	6	15.4	0	0.0	0	0.0
3	15	38.5	0	0.0	0	0.0
2	4	10.3	9	23.1	0	0.0
1	5	12.8	8	20.5	3	7.7
0	3	7.7	20	51.3	36	92.3
計	39	100.2	39	100.1	39	100.0

解答した児童が1名ずついる。児童が解答した主なものは、Table11の通りである。児童の解答にある「ハムの切り口の面積」は、切断する場所により変化する量と捉えられるが（写真のボンレスハムを円柱とみると変化しない量とみなせる）、それ以外の解答例は与えられた状況から変化しない量となる。その他、「ハムを切る回数」「切るハムの枚数」「切ったハムの1枚の重さ」「切った残りの重さ」「切ったハムの体積」「ボンレスハムの体積」などがある。誤答例として、「ボンレスハムの形」「ハムを切る量」「ハムの大きさ」など質的なものや曖昧な表現のものがある。

B中学校の生徒は、解答個数が0個の割合は、児童より低い。解答個数が1, 2個の生徒の

Table11 A 小学校児童の設問③(1) の主な解答例

解答例	解答個数（個）
ハムの重さ	12
ハムの長さ	12
太さ，直径，幅	6
ハムの切り口の面積	3
ハムの個数	3

割合も児童より低く，3個以上を解答した割合は高い。解答状況を全体的にみると，生徒の方が良好であると考えられる（Fig.8）。

設問③(2)「①，②」は，解答個数が0個の児童は21名中11名（52.4%）と半数近い。解答個数が1個の児童は21名中6名（28.6%）で2～4個解答した児童が4名（19.1%）である。設問②(3)の「①，②」と比較すると，解答状況はよくない。児童が解答した主なものは，Table12の通りである。最も多く3個解答した児童は，設問（1）では解答個数が4個で，「切ったハムの分厚さ」「切ったハムの体積」「全体のハムの重さ」「全体のハムの体積」を解答している。これらの抽出した量をもとにして，関数関係にある2つの変化する量を見いだしたと考えられる。

B 中学校の生徒は，解答個数が0個の割合は，児童とほぼ同じである。解答個数が1個の生徒の割合も児童より低いが，2個解答した割合は高い。解答状況を全体的にみると，児童と生徒の状況はほぼ類似していると考えられる（Fig.9）。

「③，④」について，解答個数が0個の児童は21名中18名（85.7%）と非常に多い。解答個数が1個の児童は21名中2名（9.5%）で4個解答した児童が1名（4.8%）である。児童が解答した主なものは，Table13の通りである。設問2(3)の「③，④」と比較しても，解答状況はよくない。

B 中学校の生徒も同様の状況である。

児童も生徒も変化しない量を抽出する経験が十分でない上に，静的な事象から変化する量と変化しない量の関数関係を見いだすことは困難であったと考えられる。解答状況を全体的にみると，児童と生徒の状況は類似している（Fig.10）。

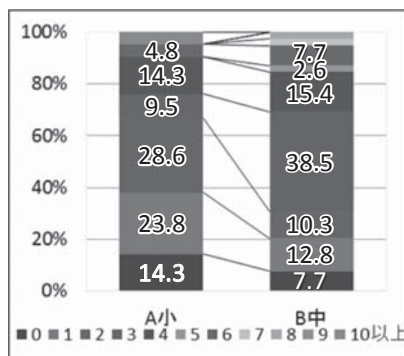


Fig.8 ③(1)の解答個数別の割合

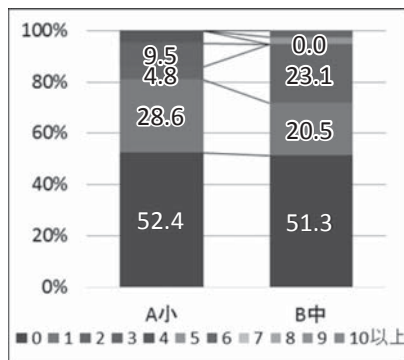


Fig.9 ③(2) ①②の解答個数別の割合

Table12 設問③(2)「①, ②」の主な解答例

③(2)①	③(2)②	解答個数 (個)
ハムの長さ	ハムの重さ	2
ハムの太さ	ハムの重さ	3
切ったハムの厚さ	ハムの枚数	2
ハムの長さ	ハムの重さ	2

Table13 設問③(2)「③, ④」の主な解答例

③(2)③	③(2)④	解答個数 (個)
切ったハムの厚さ	全体の体積	2
切ったハムの厚さ	全体の重さ	1
切ったハムの体積	全体の重さ	1
切ったハムの体積	全体の体積	1
ハムの長さ	ハムの数	1

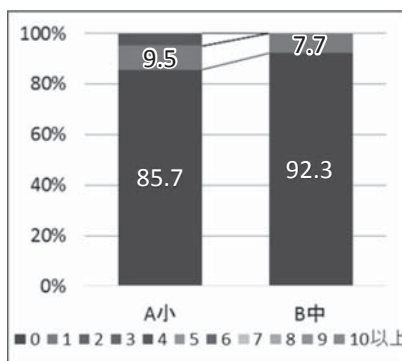


Fig.10 ③(2)③④の解答個数別の割合

#### 4-3 結果の考察

以上のことより、次のことが示唆される。

- ・ 全体的にA小学校の児童の解答状況は、児童の実態を考慮し中学生のデータと比較すると、設問②(2)、(3)「①, ②」「③, ④」などは児童の解答状況が生徒のものより良好で、それ以外は類似している。
- ・ 児童の解答状況が良好である要因の1つとして、教員が「量・変量・変量の対応」に関して「比例と反比例」の学習前に指導したことが考えられる。

- ・動的な事象を対象に「量・変量・変量の対応」について指導しても、静的な事象からの変量の抽出やそれを対応させる力には結びつきにくく、従って意図的に指導する必要がある。
- ・児童の解答状況は児童の実態を考慮し、中学生のデータと比較すると良好であると考えられるが、事象から変化しない量を抽出すること、静的な状態にある事象において変量を抽出し、関数関係にある2変量の対応を見いだすこと、時間を主変量として捉える事に関しては課題がある。

## 5 まとめ

本稿では、算数科における関数教育の課題を改善するその第一段階として、関数理解の基礎となる2つの力（事象から変量を抽出する力、抽出した2つの変量を対応させる力）の児童の実態を明らかにし、指導の課題を見出すことを目的とした。

実際に、小学校6年生及び中学校1年生に調査を行った結果、次のことが明らかとなった。

- ・児童は、事象から変化しない量を抽出すること、静的な状態にある事象において変量を抽出し、関数関係にある2変量の対応を見いだすこと、時間を主変量として捉える事に関しては課題がある。
- ・小学校教員が児童に「量・変量・変量の対応」に関して「比例と反比例」の学習前に指導することにより、一定部分ではあるが、高い能力が身につくこと、したがって計画的な指導が必要である。
- ・動的な事象を対象に「量・変量・変量の対応」について指導しても、静的な事象からの変量の抽出やそれを対応させる力には結びつきにくく、従って意図的に指導する必要がある。

以上の結果から、今後の研究課題として、次のことがあげられる。

- ・事象から変化する量と変化しない量を抽出すること、抽出した変量から2つの変化する量の関数関係を見いだすこと、抽出した変量から変化する量と変化しない量の関数関係を見いだすこと、について、指導する時期と教材を検討する。
- ・A小学校の教員の指導内容を分析し、より有効な教材や指導方法を検討する。
- ・現実事象に対して、(i)(ii)の力を変化の割合、表・式・グラフ等で表現する力に結びつけることができる教材開発や指導法を検討する。

Acknowledgment: This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 26381236.

〔引用・参考文献〕

- 河合真美・二澤善紀 (2016)「関数概念についての基礎研究－事象から変量を抽出する能力について－」,『数学教育学会夏季研究会予稿集 2016 年度数学教育学会夏季研究会 (関西エリア)』, 数学教育学会, 30-33
- 河合真美・二澤善紀 (2016)「関数概念についての基礎研究－事象から変量を抽出する能力について－(その2)」, 数学教育学会 2016 年度秋季例会予稿集, 139-14
- 菊池乙夫 (2015)「3. 戦後中学校の解析教育」「戦前・戦後を通じた中学校解析教育の伝統と弊害 その悪習慣から脱皮する改革を!!」, 守屋誠司編 (2015)『数学教育学会 2013-14 年度学会課題研究「戦後数学教育の評価と将来に向けての対応についての研究」報告書』, 数学教育学会, 10-82
- 国立教育政策研究所 教育課程研究センター (2015)「平成 27 年度 全国学力・学習状況調査 報告書 一人一人の生徒の学力・学習状況に応じた学習指導の改善・充実に向けて 中学校数学」  
<<http://www.nier.go.jp/15chousakekkahoukoku/report/data/mmath.pdf>>  
2015 年 9 月 3 日アクセス
- 口分田政史・渡邊伸樹・二澤善紀 (2015)「小学校における RTMaC 授業研究を活かした「比例」の教育に関する基礎的研究」, 数学教育学会『数学教育学会誌』, Vol.56 /No.1・2, PP.27-40
- 文部科学省 (2008)『小学校学習指導要領 解説 算数編』, 株式会社東洋館出版社
- 文部科学省 (2008)『中学校学習指導要領 解説 数学編』, 教育出版株式会社
- 文部科学省 (2009)『高等学校学習指導要領 解説 数学編 理数編』, 実教出版株式会社
- 文部科学省国立教育政策研究所教育課程研究センター (2012)『全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめー児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて 小学校編』, 教育出版
- 文部科学省国立教育政策研究所教育課程研究センター (2012)『全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめー児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて 中学校編』, 教育出版
- 日本数学教育学会編 (2011)『数学教育学研究ハンドブック』, 東洋館出版社, -
- 二澤善紀・神吉崇司・渡邊伸樹・口分田政史・詫摩京未・岡貴大 (2014)「小中高の教育内容を見通した授業研究その3－関数について－」, 数学教育学会 秋季例会 広島大学,『数学教育学会 数学教育学会誌 臨時増刊』, 195-197
- 二澤善紀・渡邊伸樹・岡貴大 (2016)「小中高連携を意識した関数の教育内容開発」, 佛教大学教育学部学会紀要 (15), 17-26
- 西村圭一 (2012)『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』, 東洋館出版社, 64-112
- 岡本和夫他 (2012)『未来へひろがる数学 1・2・3』, 啓林館
- 清水静海他 (2012)『わくわく算数 4 上』(文部科学省検定教科書), 啓林館
- 清水静海他 (2012)『わくわく算数 5』(文部科学省検定教科書), 啓林館
- 清水静海他 (2012)『わくわく算数 6』(文部科学省検定教科書), 啓林館
- 鈴木正彦 (1998)「6 章 関数」, 横地清監修『新版 21 世紀への学校数学の展望』, 成文堂新光社, 223-231
- 柳本哲 (2014)「関数・解析」, 黒田恭史編著『数学教育実践入門』, 共立出版, 139-188

(にさわ よしき 教育学科)

(くもで まさふみ 守山市立速野小学校)



算数科における関数教育についての基礎研究（二澤善紀・口分田政史・渡邊伸樹）

（わたなべ のぶき 関西学院大学）

2016 年 10 月 31 日受理